

# LA QUERELLE DES FORCES VIVES

« REMARQUES SUR LA PARTIE GÉNÉRALE DES PRINCIPES DE DESCARTES », 2<sup>ÈME</sup> PARTIE

LEIBNIZ (1692)

① Sur l'art. 36. Qu'il se conserve toujours la même quantité de mouvement dans l'univers, c'est la plus célèbre théorie des Cartésiens. Cependant ils n'en ont pas donné de démonstration; car la raison tirée de la constance de Dieu est tellement faible que cela n'échappera à personne. En effet, même si la constance de Dieu est absolue et s'il ne change rien que selon les lois d'un ordre établi depuis longtemps, la question se pose cependant de savoir ce que Dieu a décidé de conserver dans la série des changements: si c'est la quantité du mouvement, ou bien quelque autre chose différente, comme par exemple la quantité des forces. J'ai démontré que c'est cette quantité des forces qui se conserve, qu'elle est différente de la quantité du mouvement et qu'il arrive très souvent que cette dernière subit un changement, alors que la quantité des forces reste toujours égale. On peut lire ailleurs, par quels arguments j'ai obtenu ce résultat et comment je l'ai assuré contre les objections. Mais puisque la question est d'une grande importance, je veux entreouvrir un instant la source de mes réflexions et apporter un exemple. Soient deux corps,  $A$  de masse 4 et de vitesse 1, et  $B$  de masse 1 et de vitesse 0, donc en repos. Supposons ou figurons-nous que toute force de

③ également le double de l'un d'eux. Mais lorsque deux objets ayant une certaine puissance ne sont pas complètement homogènes et ne peuvent ni être comparés de cette façon entre eux, ni être réduits à une commune mesure de grandeur et de force, il faut tâcher de les comparer indirectement, à savoir par la comparaison des effets homogènes qu'ils produisent, ou de leurs causes. Car toute cause a la même puissance que l'effet total, c'est-à-dire l'effet qu'elle produit en épuisant sa puissance. Comme les deux corps susdits:  $A$  de masse 4 et de vitesse 1, et  $B$  de masse 1 et de vitesse 2, ne sont pas exactement comparables et qu'on ne peut pas leur assigner comme unité un sujet pourvu de puissance, dont chacun d'eux ne serait que la simple multiplication, il faut examiner les effets qu'ils produisent. Supposons donc que ces deux corps soient lourds; alors si  $A$ , en prenant un mouvement ascendant, peut, avec la vitesse 1, monter jusqu'à la hauteur d'un pied,  $B$ , avec la vitesse 2, pourra monter jusqu'à la hauteur de quatre pieds, ainsi que l'ont démontré Galilée et d'autres; et cet effet, dans les deux cas, sera total, épuisera la puissance de sa cause et sera donc égal à la cause qui le produit. Mais ces deux effets sont, quant à la puissance ou à la force, égaux entre eux: l'élévation de quatre livres (corps  $A$ ) à la hauteur d'un pied et l'élévation d'une livre (corps  $B$ ) à la hauteur de quatre pieds épuisent la même puissance. Par conséquent, les causes aussi, à savoir  $A$  de masse 4 et de vitesse 1 et  $B$  de masse 1 et de vitesse 2, sont égales en force ou en puissance, ainsi que je l'ai soutenu. S'il y a quelqu'un pour nier qu'il faut la même puissance pour élever quatre livres à la hauteur d'un pied, et une livre à la hauteur de quatre pieds, c'est-à-dire que ces deux effets sont équivalents (bien que, autant que je sache, presque tout le monde l'admette), on peut le convaincre par le même principe. Prenons une balance ayant des bras inégaux: si d'un côté une livre descend de quatre pieds, de l'autre côté quatre livres seront exactement élevés d'un pied, et ce sera tout l'effet

$A$  soit transportée ensuite en  $B$ , c'est-à-dire que  $A$  soit réduit au repos et qu'à sa place  $B$  seul soit en mouvement: on demande quelle vitesse  $B$  doit acquérir. Selon les Cartésiens il faudra répondre:  $B$  aura la vitesse 4; car ainsi la quantité de mouvement avant et après le transfert sera égale, parce que le produit de la masse 4 et de la vitesse 1 est égal au produit de la masse 1 et de la vitesse 4. La vitesse sera donc augmentée dans la même proportion que le corps a été diminué. Selon ma théorie, il faut répondre que  $B$  (de masse 1) doit prendre la vitesse 2, afin d'avoir la même puissance qu'avait  $A$  (de masse 4) avec la vitesse 1. Mais il faut expliquer la raison de cela en peu de mots, pour que ma théorie n'apparaisse pas arbitraire. Je soutiens donc que  $B$  aura maintenant autant de puissance que  $A$  avait auparavant, ou bien que la puissance avant et après le transfert reste égale; ce qui vaut la peine d'être prouvé. Pour prendre les choses de plus haut et pour expliquer la vraie méthode d'estimation (ce qui est la fonction d'une mathématique véritablement universelle et qui n'a jamais encore été enseignée), disons d'abord qu'il est évident, que la puissance devient double, triple, quadruple, lorsque ce qui a la puissance simple est exactement répété deux, trois, quatre fois. Ainsi deux corps égaux en masse et en vitesse ont le double de la puissance d'un seul d'entre eux. Mais il ne suit pas de là qu'un corps ayant la vitesse double d'un autre n'ait que la puissance double de l'autre; car quoique le degré de vitesse se trouve une fois répété dans le premier, le sujet du mouvement ne s'en trouve pas doublé, comme il arrive en fait, quand un corps est remplacé par un autre de masse double ou par deux corps égaux et de la même vitesse, car alors il y a effectivement duplication parfaite du corps remplacé, tant en ce qui concerne la grandeur qu'en ce qui concerne la quantité de mouvement. De la même façon deux poids, chacun d'une livre, enlevés à la hauteur d'un pied sont exactement le double, quant à la masse et quant à la force, d'un seul, élevé à la même hauteur; et deux ressorts de la même tension sont

④ qui se produira; de sorte que cet effet épuise exactement la puissance de la cause, ce qui prouve qu'il lui est équivalent du point de vue de la force. J'en conclus: si la puissance totale du corps  $A$  (masse 4, vitesse 1) doit être transmise à  $B$  (masse 1),  $B$  doit recevoir la vitesse 2, ou bien, ce qui revient au même, si  $B$  a été d'abord en repos et  $A$  en mouvement, et que maintenant  $B$  doive être en mouvement et  $A$  en repos (toutes les autres conditions restant inchangées), la vitesse de  $B$  doit être double de celle qu'avait  $A$ , la masse de  $A$  étant quadruple de celle de  $B$ . Si, comme le prétend la théorie vulgaire,  $B$ , sous-quadruple de  $A$  ou égal à un quart du poids de  $A$ , recevait la vitesse 4, nous aurions un mouvement perpétuel ou un effet plus puissant que la cause; car, d'abord, lorsque  $A$  était en mouvement, 4 livres pouvaient être élevées à la hauteur d'un pied, ou bien une livre à la hauteur de quatre pieds; mais ensuite, lorsque  $B$  a été mis en mouvement, une livre pourrait être élevée à la hauteur de seize pieds, car les hauteurs d'élévation sont comme les carrés des vitesses par lesquelles elles peuvent être atteintes, et une vitesse quatre fois plus grande élève à une hauteur seize fois plus grande. Par la force de ce  $B$  nous pourrions donc non seulement élever de nouveau  $A$  à la hauteur d'un pied, d'où il redescendrait pour retrouver sa vitesse primitive, mais encore produire plusieurs autres effets; ce qui constitue bien un mouvement mécanique perpétuel, puisque, la puissance primitive une fois restituée, un excédent demeure disponible. Même si le transfert supposé de la puissance totale de  $A$  en  $B$  ne se laissait pas réaliser en fait, cela ne changerait rien à l'affaire, car il s'agit ici de la vraie estimation, c'est-à-dire de déterminer dans cette hypothèse quelle vitesse  $B$  devrait recevoir. Car même si une partie seulement des forces est transmise et une autre partie retenue, il en résulterait nécessairement les mêmes absurdités; car, s'il faut conserver la quantité du mouvement, on ne pourra pas toujours conserver la quantité des forces, puisqu'il est constant que la quantité du mouvement est en

proportion de la masse et de la vitesse, alors que la quantité de la puissance, ainsi que nous l'avons montré, est en proportion de la masse et de la hauteur à laquelle un grave peut être élevé par cette puissance, et que les hauteurs sont comme les carrés des vitesses des corps qui s'élèvent. Cependant on peut énoncer cette règle : Il se conserve la même quantité tant de force que de mouvement, lorsque les corps, avant et après leur rencontre, se meuvent dans les mêmes directions, et aussi lorsque les corps qui se rencontrent sont égaux.

Sur les art. 37, 38. C'est une loi très vraie et incontestable de la nature, que chaque chose demeure dans le même état, en tant qu'elle ne dépend que d'elle-même, loi connue de Galilée, de Gassendi et de beaucoup d'autres. Il est d'autant plus étonnant qu'il y ait eu des savants pour croire que la continuation du mouvement soit due à l'air, sans réfléchir qu'il y aurait égale obligation, en ce cas, de chercher semblablement la raison pour laquelle l'air continue son mouvement. Car l'air ne pourrait pousser une pierre lancée, comme ces savants le soutiennent, s'il n'avait pas en lui-même la force de continuer le mouvement reçu, et si cette force n'était pas entravée par la résistance de la pierre.

Sur l'art. 39. L'admirable loi de la nature, selon laquelle un corps, décrivant un cercle ou quelqu'autre courbe, tend à s'éloigner de cette ligne selon la droite tangente, cette loi n'a pas seulement été observée par Kepler, peut-être après d'autres savants, mais il s'en est déjà servi, ce que j'estime digne d'éloges, pour éclaircir la cause de la gravité, comme il apparaît dans son *Epitome Astronomiae Copernicanae*<sup>1</sup>.

37. La première loi de la nature : que chaque chose demeure en l'état qu'elle est, pendant que rien ne le change. - 38. Pourquoi les corps poussés de la main continuent de se mouvoir après qu'elle les a quittés. - 39. La deuxième loi de la nature : que tout corps qui se meut tend à continuer son mouvement en ligne droite.

1. Kepler, *Epitome astronomiae copernicanae*, Lintis, 1618, in-8°.

qui en rattrape un autre est diminuée par le choc. Car lorsqu'après le choc il continue son mouvement, il ne peut cependant pas le continuer avec la vitesse primitive : il ne le pourrait qu'en communiquant cette vitesse au corps qui le précède ; et dans ce cas la somme des puissances se trouverait augmentée. S'il s'arrête après le choc, c'est donc que le choc a non seulement diminué sa vitesse, mais l'a anéantie. Cet arrêt se produit chez les corps durs (je les suppose ici toujours tels), lorsque le rapport de l'excédent du corps qui précède sur celui qui le suit à ce dernier est le double du rapport de la vitesse du corps qui précède à la vitesse de celui qui le rattrape<sup>1</sup>. Enfin, lorsque le corps qui suit est réfléchi après le choc, il est encore évident, que le mouvement du corps réfléchi est moindre qu'avant le choc. Autrement, comme la vitesse du corps qui précède se trouve nécessairement augmentée par le choc de celui qui le rattrape, si nous voulons à toute force que la vitesse du corps poursuivant et déjà réfléchi soit elle aussi augmentée ou du moins conservée égale à ce qu'elle était auparavant.

1. C'est ainsi que s'exprime le texte de Leibniz. Mais il faut sans doute corriger en : ... lorsque le rapport de l'excédent du corps qui précède sur celui qui le suit au corps qui précède est le double... Désignons la masse du corps précédent par  $m$ , ses vitesses avant et après le choc par  $v$  et  $v'$ , la masse du corps qui le rattrape par  $m_1$ , ses vitesses par  $v_1$  et  $v_1'$ . Leurs rapports sont déterminés par ces deux équations

$$mv^2 + mv_1'^2 = mv'^2 + m_1v_1'^2 \text{ (conservation de la force)}$$

$$mv + m_1v_1 = mv' + m_1v_1' \text{ (conservation du mouvement)}$$

Pour que  $m_1$  s'arrête après le choc, c'est-à-dire que  $v_1' = 0$ , il faut en effet que  $m - m_1 = 2v$ .

On pourra, à l'aide de ces deux équations fondamentales, s'expliquer sans difficulté toute la discussion qui suit sur les lois du choc des corps, en remarquant cependant que, selon la deuxième équation, c'est la somme algébrique des quantités de mouvement qui se conserve et non pas la somme absolue, comme l'avait prétendu Descartes. Les vitesses à directions opposées y doivent donc figurer avec des signes opposés. C'est la raison pour laquelle Leibniz, à la fin de l'art. 36, a restreint le principe de la conservation de la quantité de mouvement, compris dans le sens cartésien, aux cas où les deux corps, avant et après la rencontre, se meuvent dans les mêmes directions.

Descartes a exactement formulé cette loi, et il l'a très bien expliquée ; mais il ne l'a pas démontrée, comme on pouvait l'attendre de lui.

Sur les art. 40 à 44. Dans les art. 37 et 39, Descartes a énoncé deux lois de la nature, très vraies et à peu près évidentes par elles-mêmes ; mais la troisième me semble tellement éloignée non seulement de la vérité mais même de la vraisemblance, que je m'étonne qu'un si grand homme ait pu la concevoir. Et cependant c'est sur ce fondement qu'il établit bientôt après presque toutes ses règles du mouvement et du choc des corps, et il prétend même que les causes particulières des changements qui arrivent aux corps sont toutes comprises en cette règle, qu'il formule ainsi : Si un corps qui se meut et qui en rencontre un autre a moins de force que cet autre, il ne perd rien de son mouvement, mais il change sa détermination : il peut cependant recevoir quelque mouvement du corps qui a plus de force que lui. Si, au contraire, il rencontre un autre corps qui a moins de force que lui, il perd autant de son mouvement qu'il lui en donne. A la vérité, la loi selon laquelle un corps rencontrait un autre plus fort ne perd rien de son mouvement mais conserve ou augmente sa vitesse, ne vaut que dans le cas du choc de corps venant de directions opposées. Mais lorsqu'un corps plus faible et cependant plus rapide vient heurter un corps plus fort qui le précède avec une moindre vitesse, que par conséquent il poursuit, c'est le contraire qui se produit. Et en général, je constate que la nature suit une loi, selon laquelle la vitesse du corps

40. La troisième : que si un corps qui se meut en rencontre un autre plus fort que soi, il ne perd rien de son mouvement ; et s'il en rencontre un plus faible qu'il puisse mouvoir, il en perd autant qu'il lui en donne. - 41. La preuve de la première partie de cette règle. - 42. La preuve de la seconde partie. - 43. En quoi consiste la force de chaque corps pour agir ou pour résister. - 44. Que le mouvement n'est pas contraire à un autre mouvement, mais au repos ; et la détermination d'un mouvement vers un côté, à sa détermination vers un autre.

la somme des puissances se trouverait encore augmentée, ce qui est absurde. Si quelqu'un, pour excuser Descartes, alléguait que cette troisième loi du choc des corps ne s'applique qu'au choc de corps de directions opposées, je serais tout à fait d'accord avec lui. Mais alors il faudrait avouer que Descartes ne s'est pas préoccupé du choc des corps se mouvant dans la même direction, cependant qu'il a prétendu, comme nous l'avons déjà noté, que cette loi s'applique à tous les cas particuliers. La démonstration à laquelle est consacré l'art. 41, si toutefois elle est exacte, vise tous les cas de chocs, que les corps se dirigent dans la même direction ou dans des directions opposées. Il est vrai, qu'à mon sens, elle n'apporte même pas l'ombre d'une preuve. Je reconnais que Descartes y distingue avec raison la quantité et la détermination du mouvement, et que quelquefois l'une se trouve changée, sans que l'autre le soit ; mais il arrive assez souvent qu'au contraire elles changent simultanément ; et toutes les deux s'accordent sans doute à se maintenir mutuellement. En effet, le corps tend de toute la force et de toute la quantité du mouvement dont il est pourvu, à conserver la détermination ou la direction de ce mouvement et ce qu'il perd en vitesse, la direction restant la même, est aussi retranché à la détermination ; car en avançant plus lentement dans la même direction, le corps est aussi moins déterminé à la conserver. En outre, si le corps  $A$  vient heurter le corps  $B$ , plus petit et en repos, il continuera dans la même direction, bien qu'avec un mouvement diminué ; si le corps en repos  $B$  est de grandeur égale à  $A$ , celui-ci s'arrêtera, de sorte qu'il sera en repos, tandis que le mouvement sera transmis à  $B$  ; enfin si  $A$  heurte le corps  $B$ , plus grand que lui et en repos, ou de grandeur égale mais en mouvement opposé, alors  $A$  sera évidemment réfléchi. D'où il apparaît qu'il est besoin d'une plus grande opposition pour faire réfléchir le corps  $A$  dans la direction opposée à la sienne primitive, que pour le réduire au repos ; ce qui est encore contraire aux assertions de Descartes.

Car l'opposition est plus grande, lorsque la chose qui s'oppose est plus grande ou lorsqu'elle tend davantage en sens opposé. Ce que Descartes soutient du mouvement comme d'une chose simple, à savoir qu'il continue tant qu'il n'est pas détruit par une cause extérieure, je le reconnais non seulement de la quantité, mais encore de la détermination du mouvement. Et cette détermination du corps en mouvement, c'est-à-dire son effort d'avancer dans la même direction, a elle-même une certaine quantité, qu'il est plus facile de diminuer que de réduire à zéro, c'est-à-dire au repos, et plus facile (c'est-à-dire exigeant moins d'opposition) d'arrêter et de réduire au repos que de faire retourner en arrière ou de transformer en mouvement opposé, comme nous venons de le remarquer. Ainsi, bien que le mouvement en général ne soit pas contraire au mouvement, le mouvement actuel s'oppose cependant au mouvement actuel contraire, ou la progression à la progression contraire; puisque, comme nous l'avons montré, il n'est besoin que d'un changement et d'une opposition moindres pour diminuer la progression, que pour l'arrêter tout à fait et pour la transformer en régression. Descartes me paraît tout à fait argumenter comme celui qui ratiocinerait pour établir que, lorsque deux corps se heurtent, il ne doit jamais arriver qu'ils se brisent et volent en éclats, mais qu'ils plient toujours et accommodent mutuellement leurs figures l'un à l'autre, pour cette raison que la matière est distinguée de la figure, que la matière n'est pas opposée à la matière, mais la figure à la figure, et que la quantité de matière peut être conservée dans un corps quoiqu'il change de figure. D'où il conclurait que la figure seule doit être changée, un corps ne pouvant jamais rien perdre de sa grandeur. Si Descartes avait considéré que tout corps qui en heurte un autre, avant d'être réfléchi, diminue d'abord sa progression, s'arrête ensuite, et alors seulement retourne en arrière, et qu'ainsi il ne passe point d'une détermination à l'opposée par un saut mais par degrés; si Descartes avait considéré cela, il nous eût proposé des règles différentes du mouvement.

l'appeler la *loi de continuité*. Je l'ai expliquée ailleurs, il y a déjà quelque temps<sup>1</sup>, mais je voudrais y revenir ici, avec plus de développement. Donc, si deux conditions hypothétiques ou deux données différentes se rapprochent continuellement l'une de l'autre, alors nécessairement les résultats cherchés ou les effets des deux conditions se rapprochent aussi continuellement l'un de l'autre, et enfin se fondent l'un dans l'autre, et réciproquement. Ainsi, si un foyer de l'ellipse reste en repos et que l'autre s'en éloigne de plus en plus, l'axe perpendiculaire restant toujours de même grandeur, alors les nouvelles ellipses qui en naissent se rapprocheront continuellement de la parabole et se transformeront enfin complètement en celle-ci, à savoir lorsque la distance du foyer qui s'éloigne sera devenue immense. D'où il arrive que les propriétés de ces ellipses se rapprochent aussi de plus en plus des propriétés de la parabole, si bien qu'enfin elles se confondent et que la parabole peut être considérée comme une ellipse dont l'autre foyer serait infiniment éloigné; par suite, toutes les propriétés de l'ellipse pourront aussi, en général, être vérifiées dans la parabole, considérée comme une telle ellipse. La géométrie abonde en exemples de ce genre. Mais il en est de même dans la nature, à laquelle l'Auteur, souverainement sage, applique la plus parfaite géométrie. D'ailleurs, s'il en était autrement, la nature ne suivrait pas un cours ordonné. Ainsi le mouvement, décroissant continuellement, se perd enfin dans le repos, l'inégalité continuellement diminuée se transforme en exacte égalité, de sorte que le repos peut être considéré comme un mouvement infiniment petit ou comme une lenteur infinie, et l'égalité comme une inégalité infiniment petite; et pour cette raison, tout ce qui a été démontré, soit du mouvement en général,

1. Lettre de M. L. sur un principe général utile à l'explication des lois de la nature par la considération de la sagesse divine, pour servir de réplique à la réponse du R. P. Malebranche, 1687 (*Philosophische Schriften*, éd. Gerhardt, III, p. 51 sq.).

Car il faut savoir que tout corps, quelle que soit sa dureté, a néanmoins un certain degré de flexibilité et d'élasticité; telle une balle gonflée qui, soit qu'elle tombe sur le pavé, soit qu'on lance un caillou sur elle, cède quelque peu, jusqu'à ce que la force du choc ou la progression, brisée peu à peu, cesse enfin; alors la balle reprend sa forme, repousse le caillou qui ne résiste plus, ou rebondit du pavé sur lequel elle était tombée. Quelque chose de semblable se passe dans tout choc, bien que la déformation et le rétablissement de la forme mêmes ne puissent être observés des yeux; c'est ce que nous avons établi par des indications manifestes que fournissent les expériences. Mais Descartes, trop sûr de sa gloire, n'a eu, dans ses lettres, que du mépris hautain pour l'explication de la réflexion par la force élastique, proposée pour la première fois par Hobbes<sup>1</sup>. Le raisonnement par lequel il a voulu démontrer, dans l'art. 42, la deuxième partie de cette prétendue loi de la nature (à savoir que l'un des corps qui se rencontrent perd autant de mouvement que l'autre en gagne), n'a pas besoin d'être examiné à nouveau; car nous avons déjà montré, à propos de l'art. 36, que la supposition selon laquelle la quantité du mouvement doit rester la même, est tout à fait erronée.

Sur l'art. 45. Avant d'aborder la critique des règles spéciales du mouvement, proposées par notre auteur, je donnerai un critère général, une pierre de touche, pour ainsi dire, avec laquelle on puisse les examiner; j'ai coutume de

45. Comment on peut déterminer combien les corps qui se rencontrent changent les mouvements les uns des autres, par les règles qui suivent.

1. Voir la discussion entre Descartes et Hobbes sur l'élasticité dans l'éd. Adam-Tannery, III, p. 287 sq., 300 sq., 313 sq., 318 sq.

soit de l'inégalité en général, doit aussi être vrai, selon notre conception, appliqué au repos ou à l'égalité, si bien que la règle du repos ou de l'égalité peut être conçue, en un certain sens, comme un cas spécial de la règle du mouvement ou de l'inégalité. Et si cette méthode ne réussit pas, il faut tenir pour certain que les règles sont sans justesse et mal conçues. De cette façon, nous montrerons aussi ci-après, à propos de l'art. 53, qu'à la ligne représentant les variations des conditions hypothétiques doit correspondre la ligne représentant les variations des résultats, alors que la règle de Descartes fournit de ces résultats un diagramme bizarre et incohérent.

Sur l'art. 46. Voyons maintenant les règles du choc selon Descartes. On suppose toujours des corps durs et qui ne sont pas empêchés par les corps environnants.

Première règle: Si *B* et *C*, étant égaux et de vitesse égale, se rencontrent directement, alors tous les deux seront réfléchis avec la vitesse qu'ils avaient avant le choc. Cette première règle cartésienne du mouvement est la seule qui soit parfaitement exacte. Voici la démonstration: comme la condition des deux corps est pareille, ou bien ils continueront tous les deux leur mouvement et se pénétreront par conséquent, ce qui est absurde, ou bien ils s'arrêteront tous les deux, et alors leur force serait perdue, ou bien encore ils seront tous les deux réfléchis, et ceci avec la vitesse primitive; car si la vitesse de l'un d'eux se trouvait diminuée, alors, en conséquence de leur égalité, la vitesse de l'autre devrait aussi se trouver diminuée; mais si la vitesse de tous les deux se trouvait diminuée, la somme des forces se trouverait aussi diminuée, ce qui ne saurait arriver.

Sur l'art. 47. Deuxième règle: Si *B* et *C* se rencontrent avec la même vitesse, mais que *B* soit plus grand que *C*, alors il n'y a que *C* qui sera réfléchi, et *B* continuera dans la même

10

12

9

11

13 direction, tous les deux avec la même vitesse qu'auparavant, et ainsi tous les deux iront dans la direction qu'avait  $B$ . Cette règle est fautive et incompatible avec la précédente, ainsi qu'il apparaît par le critère proposé plus haut. Car si l'on diminue continuellement l'inégalité, c'est-à-dire l'excédent de  $B$  sur  $C$ , jusqu'à ce qu'elle se transforme en parfaite égalité, continuellement aussi le résultat doit s'approcher du résultat de l'égalité des deux corps. En supposant donc que  $B$ , rencontrant  $C$  qui vient de direction contraire, l'emporte sur lui grâce à un excédent assez fort pour que sa progression continue après le choc, alors, si l'on diminue peu à peu  $B$ , son avance s'en trouvera aussi continuellement diminuée, jusqu'à ce qu'on arrive à une certaine proportion entre  $B$  et  $C$ , où  $B$  s'arrêtera tout à fait. Ensuite, si  $B$  continue à diminuer, le mouvement se retournera dans la direction opposée et s'augmentera peu à peu jusqu'au point où, toute inégalité entre  $B$  et  $C$  ayant disparu, on revient à la règle de l'égalité, et où le mouvement en arrière après le choc devient parfaitement égal au mouvement en avant que  $B$  avait avant le choc, conformément à la première règle. Cette deuxième règle de Descartes n'est donc pas soutenable : car alors qu'on diminuerait la grandeur de  $B$  pour la rapprocher de celle de  $C$ , jusqu'à ce que la différence devienne d'une petitesse presque insaisissable, néanmoins, si nous en croyons Descartes, les résultats de l'égalité et de l'inégalité entre  $B$  et  $C$  demeureraient toujours extrêmement différents et ne se rapprocheraient pas progressivement : aussi longtemps que  $B$  sera tant soit peu plus grand que  $C$ , il continuerait dans la même direction avec la même vitesse, et par conséquent il faudrait ensuite, pour ainsi dire, d'un seul coup se rattraper, c'est-à-dire faire faire un grand saut au résultat, bien qu'il ne restât plus qu'à modifier très légèrement les conditions. En effet, à la fin, quand la différence infiniment petite entre  $B$  et  $C$  se trouve supprimée et que l'excédent de  $B$  disparaît totalement, on passera brusquement du mouvement de  $B$  en avant, de quelque grandeur qu'il fût, au mouvement de

15 du corps à direction opposée, à moins que la proportion entre  $B$  et  $C$  ne devienne infinie, c'est-à-dire que  $C$  ne disparaisse ou ne s'évanouisse entièrement. Voilà comment deux corps inégaux mais de vitesse égale se comportent en réalité après le choc ; et cette règle est à tous les égards conforme à la raison et parfaitement cohérente. Ici nous n'avons pas à déterminer exactement les vitesses qui resteront aux corps après le choc. Cette détermination exige des recherches plus approfondies, et j'en ai traité plus spécialement ailleurs.

16 *Sur l'art. 48. Troisième règle :* Si  $B$  et  $C$  sont de grandeur égale et se rencontrent animés de vitesses inégales, venant de directions opposées, alors  $B$  qui a la plus grande vitesse entraînera avec lui  $C$  qui est plus lent et, perdant la moitié de la différence des deux vitesses, la transmettra à  $C$ , de sorte qu'après le choc les deux corps iront ensemble avec la même vitesse. Cette règle n'est pas moins fautive que la précédente, ni moins incompatible avec la raison et l'expérience. Car, pour appliquer notre critère, admettons par hypothèse que le corps plus rapide  $B$  entraîne avec lui le corps plus lent  $C$ , comme il a été dit ; la vitesse de  $B$  décroîtrait donc continuellement jusqu'à l'égalité avec celle de  $C$  ou, ce qui revient au même, jusqu'à ce que l'excédent de vitesse de  $B$  devienne infiniment petit ; alors les deux corps se mouvraient ensemble avec la vitesse de  $B$ , qui ne serait pas diminuée d'une quantité assignable ; ce qui est absurde et contraire à la première règle. Car cette règle établit avec raison que, dans le cas de grandeur et de vitesse égales, ou même dans le cas d'une différence inassignable, les deux corps seront réfléchis avec la vitesse primitive ou avec une vitesse augmentée ou diminuée seulement d'une quantité inassignable.

14  $B$  en arrière, de quelque grandeur qu'il soit, en sautant par dessus toute l'infinité de cas interposés. Il arriverait ainsi que dans deux cas où la différence des conditions ou des données est infiniment petite, c'est-à-dire moindre que n'importe quelle grandeur donnée, les résultats différeraient néanmoins considérablement et du tout au tout : les deux cas ne se rapprocheraient donc l'un de l'autre qu'au dernier moment même du passage et tout d'un coup ; ils commenceraient et cesseraient en un même instant de se rapprocher, à savoir au moment de coïncider, ce qui est contraire à la raison. Ainsi donc la règle de l'égalité, ou de l'inégalité infiniment petite, ne pourrait être comprise dans la règle générale de l'inégalité. C'est pourquoi, puisque, dans le cas où  $B$  et  $C$  sont de grandeur et de vitesse égales et de directions opposées, tous les deux sont réfléchis après le choc avec la même vitesse, selon la première règle, il s'ensuit nécessairement que, si la grandeur de  $B$  se trouve quelque peu augmentée ou celle de  $C$  (en supposant que  $B$  reste inchangé) quelque peu diminuée, l'effet aussi se trouvera changé et se rapprochera quelque peu de l'effet que produirait la diminution la plus grande possible de  $C$ , c'est-à-dire sa suppression complète. Si maintenant  $C$  commence à devenir tant soit peu plus petit que  $B$ , nous ne pourrions commencer à nous éloigner du cas de la parfaite égalité et de la parfaite réflexion, pour nous rapprocher peu à peu de celui de l'inégalité maxima, c'est-à-dire de la suppression de  $C$  et par suite de la marche en avant inchangée de  $B$ , qu'en commençant à diminuer la réflexion de  $B$  lui-même. En augmentant ensuite de plus en plus la différence entre  $B$  et  $C$ , on arrivera enfin à un tel excédent de  $B$ , que  $B$  ne sera pas réfléchi du tout, mais s'arrêtera comme hésitant entre le recul et l'avance. Si l'on continue à augmenter progressivement cet excédent,  $B$  continuera sans doute le mouvement dans la même direction qu'avant le choc. Toutefois la grandeur de  $B$  ne saurait jamais être augmentée au point que la vitesse de sa marche en avant ne se trouve pas du tout diminuée par le choc

Et il est impossible que le résultat de l'inégalité évanescence ne se fonde pas insensiblement dans le résultat de l'égalité.

*Sur l'art. 49. Quatrième règle :* Si  $B$  est plus petit que  $C$ , et si  $B$  est en mouvement,  $C$  en repos, alors  $B$  sera réfléchi avec la vitesse primitive et  $C$  restera en repos. Ce qu'il y a de vrai dans cette règle, c'est qu'un corps plus petit est toujours réfléchi par un corps plus grand en repos ; mais il n'est pas réfléchi avec sa vitesse primitive. Car plus l'excédent de  $C$  diminue, plus diminuera aussi la répulsion, jusqu'à ce que se produise le cas d'égalité, visé par la sixième règle ; et il est absurde que, lorsque les hypothèses se rapprochent progressivement du cas de l'égalité des corps, les résultats ne s'en rapprochent pas, eux aussi, progressivement, mais restent toujours les mêmes, jusqu'au point où ils passent, d'un seul coup et par une sorte de saut, au cas de l'égalité. Tout le monde comprend très facilement aussi qu'il est contraire à la raison, que, l'hypothèse subissant une variation continue, le résultat ne varie aucunement, sauf dans un cas singulier déterminé ; ce qui est contraire à tous les exemples, qui nous montrent que la variation des conditions hypothétiques entraîne toujours une variation des résultats, sauf dans des cas particuliers où peut-être des variations différentes se compensent en se combinant.

*Sur l'art. 50. Cinquième règle :* Si  $B$  est plus grand que  $C$  et en mouvement, alors que  $C$  est en repos,  $B$  poursuivra son chemin, et les deux corps iront ensemble avec une égale vitesse, mais avec la quantité de mouvement primitive. Cette règle est encore erronée, car elle commet une erreur quant à la détermination de la vraie vitesse des deux corps, en affirmant qu'après le choc les deux corps vont ensemble, ce qui ne peut jamais arriver dans le choc de corps durs. Il est toutefois exact qu'un corps, plus grand, rencontrant un plus petit en repos, poursuit toujours son chemin après le choc. Cependant il apparaît par notre critère que les deux corps ne peuvent pas poursuivre leur chemin ensemble. Car que  $B$  soit tant soit peu plus grand que  $C$ , ou  $C$  tant soit peu plus grand que  $B$ , ce sont

deux cas qui peuvent être rapprochés jusqu'à une différence incomparablement petite; il ne saurait donc arriver que les résultats soient néanmoins très différents entre eux, de sorte que, dans le premier cas, les deux corps alassent ensemble dans la direction qu'avait  $B$ , tandis que, dans le deuxième,  $B$  serait réfléchi avec toute sa vitesse primitive.

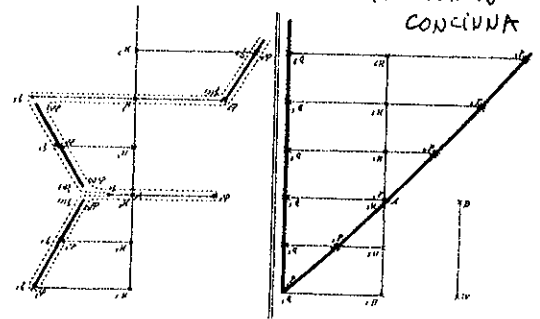
Sur l'art. 51. Sixième règle: Si  $B$  et  $C$  sont de la même grandeur et si  $B$  est en mouvement,  $C$  en repos, alors  $B$  sera réfléchi avec trois quarts de la vitesse primitive, et  $C$  ira dans la direction primitive de  $B$  avec le quart restant de la vitesse primitive de  $B$ . Ainsi parle Descartes. Mais je doute qu'on eût pu inventer à ce sujet quelque règle plus éloignée de la raison, au point que je ne saurais assez m'étonner qu'une conception pareille ait pu venir à l'esprit de l'illustre auteur. Mais laissons aux Cartésiens le soin de justifier les doctrines du maître; quant à nous, il nous suffira de démontrer l'inconséquence de ses règles. Si  $B$  et  $C$  sont égaux et se rencontrent avec des vitesses égales,  $B$  et  $C$ , l'un comme l'autre, seront réfléchis avec les vitesses primitives, selon la première règle. Que la vitesse de  $C$  soit continuellement diminuée, pendant que celle de  $B$  reste inchangée, alors il arrivera nécessairement que  $B$  sera réfléchi avec une vitesse moindre et  $C$  avec une vitesse plus grande qu'auparavant; car ce que l'un des deux corps égaux perdra de vitesse, l'autre la gagnera. Laissons maintenant la vitesse de  $C$  s'évanouir, c'est-à-dire laissons  $C$  s'arrêter, et demandons quelle sera la diminution de la vitesse de réflexion de  $B$ . La règle de Descartes affirme que cette diminution est seulement d'un quart de la vitesse primitive. Allons encore un peu plus loin et diminuons un peu la grandeur du corps en repos  $C$ , alors, selon la règle précédente,  $B$  poursuivra son chemin. Une variation si minime qu'elle soit des données entraîne donc une variation très considérable du résultat, c'est-à-dire un véritable saut. En effet,  $B$  était réfléchi avec une grande vitesse (à savoir trois quarts de sa vitesse primitive), lorsque le corps en repos  $C$  lui était égal en grandeur;

tandis que maintenant si peu que l'on diminue  $C$ , la réflexion se trouverait tout à fait détruite, voir changée en son contraire, à savoir en une marche en avant. On franchirait d'un bond tous les cas intermédiaires, ce qui est absurde. Il faut donc affirmer que, si  $B$  et  $C$  sont égaux et si  $C$  est en repos avant le choc,  $B$  sera réduit au repos par le choc et transmettra toute sa vitesse à  $C$ . Cette conclusion peut aussi être tirée de ce qu'il y a de vrai dans les règles 4 et 5. Car, selon la règle 4, lorsque  $B$  rencontre  $C$ , plus grand et en repos,  $B$  sera toujours réfléchi; par contre, selon la règle 5, lorsque  $B$  rencontre  $C$ , plus petit et en repos,  $B$  poursuivra toujours son chemin: par conséquent, lorsque  $B$  rencontre  $C$ , égal et en repos,  $B$  ne poursuivra pas son chemin ni ne sera réfléchi, mais (ce qui est le milieu entre les deux cas) il sera réduit au repos et transmettra toute sa force à  $C$ .

Sur l'art. 52. Septième règle: Si l'on suppose que  $B$  et  $C$  se meuvent dans la même direction, que  $C$  précède, mais aille plus lentement que  $B$ , que  $C$  soit plus grand que  $B$ , mais que le rapport de la grandeur de  $C$  à celle de  $B$  soit moindre que le rapport de la vitesse de  $B$  à celle de  $C$ , alors les deux corps continueront ensemble le mouvement dans la direction primitive, avec la vitesse qui conserve la quantité de mouvement qu'ils avaient ensemble avant le choc. Si au contraire  $C$  est plus grand que  $B$  et le rapport entre  $C$  et  $B$  plus grand que celui entre la vitesse de  $B$  et celle de  $C$ , alors  $B$  sera réfléchi avec la vitesse qu'il possédait avant le choc, et  $C$  poursuivra son chemin avec la vitesse primitive. C'est ce qu'affirme notre auteur. Mais on remarquera facilement l'absurdité de cette opinion; car nous avons déjà noté que des corps durs (comme nous les supposons ici) ne restent jamais ensemble après le choc, ce qui arriverait cependant ici, dans le premier cas. Et rien ne saurait être plus choquant pour la raison que le résultat du deuxième cas, à savoir que le corps  $B$ , en agissant sur le corps  $C$ , ne lui apporte aucune modification, tandis qu'il subit de sa part une modification très considérable. C'est un défi, si je ne me trompe, à la métaphysique qu'on peut appeler

naturelle, et qui nous est fournie par la lumière de la raison. Il y a encore d'autres objections à élever: en effet, si l'excédent de  $C$  sur  $B$  est infiniment petit, c'est-à-dire s'ils sont égaux, et si  $C$  précède  $B$  avec une vitesse plus petite que toute grandeur donnée, c'est-à-dire s'il est en repos, alors se présente le premier cas de cette règle septième: on devrait conclure que les deux corps vont aller ensemble, cependant qu'il suit de ce que nous avons dit à propos de la règle sixième, que dans ce cas  $B$  sera réduit au repos et transmettra toute sa force au corps  $C$ , qui lui est égal en grandeur et a été en repos avant le choc. Pour être bref je passerai sous silence bien d'autres inconséquences aussi graves. Mais il faut encore signaler que l'auteur a oublié le cas intermédiaire dans lequel le rapport des grandeurs est inversement proportionnel au rapport des vitesses; et il ne paraît pas que ce cas puisse être résolu selon la règle présente. Car ce résultat devrait, lui aussi, être intermédiaire et se situer à proximité de l'un et de l'autre cas. Mais ces deux cas, bien que voisins quant aux conditions hypothétiques, ne sont aucunement voisins quant aux résultats, ce qui est encore contraire à notre critère. Descartes s'est aussi tué sur le cas où  $B$  est plus grand que  $C$ . Il aurait fallu ajouter une règle huitième, expliquant ce qui arrive, lorsque le choc a lieu entre deux corps inégaux et venant de directions opposées avec des vitesses inégales. Il aurait encore fallu distinguer entre le choc central et le choc excentrique, entre le choc perpendiculaire et le choc oblique; mais il convient de terminer cette critique et de ne pas insister davantage sur une doctrine ruinée et périmée.

Selon Descartes: schéma bizarre DELINEATIO MONSTROSA  
Selon la vérité: schéma régulier DELINEATIO CONCIUNNA



Explication de la figure de l'art. 53 de la seconde partie.  
Avant le choc.  
Le mouvement du corps  $B$  est  $BW$  (constant), celui de  $C$  est  $A_1H, A_2H$ , etc.  
Après le choc.  
Le mouvement de  $B$  est:  
d'après Descartes  $H_1\phi, H_2\phi$ , etc.  
d'après nous  $H_1P, H_2P$ , etc.  
de  $C$  est:  
 $H_1\xi, H_2\xi$ , etc.  
 $HQ$  (constant).  
 $H$  au-dessous [au-dessus] de  $A$   
 $P$  } signifie la même direction que  
 $\phi$  } à gauche [à droite] de  $AH$   
 $Q$  } [la direction opposée à] celle de  $B$  avant le choc.  
 $\xi$  }  
1 $\phi$ , 2 $\phi$ , 1 $\phi$  ..... 1 $\xi$ , 2 $\xi$ , 1 $\xi$  ..... résultent de la 7<sup>e</sup> règle de Descartes.  
(3)1 $\phi$ , 4 $\phi$ , (5) $\phi$ , (3)1 $\xi$ , 4 $\xi$ , (5) $\xi$  ..... résultent de la 3<sup>e</sup> règle de Descartes.  
3 $\phi$  ..... 1 $\xi$  ..... résultent de la 6<sup>e</sup> règle de Descartes.  
5 $\phi$  ..... 3 $\xi$  ..... résultent de la 1<sup>re</sup> règle de Descartes.  
Notre schéma et celui de Descartes ne concordent que sur deux cas, 1 $H$  et 1 $H$ , parmi le nombre infini de cas possibles. Notre schéma obéit à la loi de continuité, celui de Descartes est interrompu et a des sauts, quant à la ligne  $\phi\phi$  dans  $3\phi$  et  $5\phi$ , quant à la ligne  $\xi\xi$  en  $1\xi$  et  $3\xi$ ; j'ai marqué les sauts par des points, pour représenter la continuité. Il est impossible d'excepter de la coïncidence de deux lignes continues  $\phi\phi$  et  $\xi\xi$  un nombre déterminé de points, par exemple deux, de sorte que tous les  $\phi$  coïncident avec tous les  $\xi$  correspondants, sauf dans deux cas, celui de  $3\phi$  distinct de  $1\xi$  et celui de  $5\phi$  distinct de  $3\xi$ . C'est cependant ce qui doit se produire dans le schéma cartésien.  
(3) $\phi$  et (3) $\xi$  devraient coïncider en  $3\phi$ , (5) $\phi$  doit coïncider avec  $3\phi$ , et  $5\xi$  avec (5) $\xi$ .