

Pour approfondir la thèse pythagoricienne de l'*arithmétisme*, « les éléments des nombres sont les éléments de toutes choses », nous avons deux moyens :

- 1) soit nous pouvons nous intéresser au contenu des doctrines mathématiques (ou faut-il dire plutôt « mathématisées » ?) sur lesquelles s'appuyaient les pythagoriciens, en particulier l'astronomie ou la musique;
- 2) soit nous pouvons nous pencher sur les textes plus philosophiques (« métaphysiques » on dirait aujourd'hui) d'Aristote, qui a essayé de préciser et de critiquer le cœur philosophique de la doctrine des pythagoriciens.

Dans la partie précédente du cours, en développant la construction pythagoricienne de la gamme musicale, nous avons suivi le premier chemin. Ce faisant, nous avons suggéré une première interprétation de la thèse de l'*arithmétisme*. Selon cette première interprétation, cette thèse voudrait dire que nous trouvons dans le monde physique des grandeurs (par exemple : la hauteur d'un son), qui entretiennent entre elles des rapports mathématiques déterminés. La thèse de l'*arithmétisme* serait alors que, pour comprendre comment le monde est organisé, c'est-à-dire pour comprendre en quoi il est un *cosmos*, il s'agirait de saisir les rapports mathématiques qui président à son architecture. Et ce qui vaut pour la compréhension du monde comme totalité, vaut aussi pour une classe de phénomènes particuliers, au sein du monde, comme celui des sons et de leur harmonie. Sous cette forme, l'*arithmétisme* est une thèse qu'un physicien actuel accepterait sans aucun doute. L'*arithmétisme* des pythagoriciens serait une des premières expressions, un peu balbutiante, du principe de la physique mathématique. Il signifierait que, pour saisir en profondeur la réalité physique, on doit passer par les mathématiques comme moyen d'expression rigoureux des relations qu'entretiennent entre elles les grandeurs physiques.

Cependant, nous allons voir que cette interprétation n'était pas la seule. En particulier, Aristote, dans les textes métaphysiques où il rapporte la pensée des pythagoriciens, interprète la thèse pythagoricienne de l'*arithmétisme* d'une manière beaucoup plus radicale. Elle devient alors, selon lui, très problématique.

C'est ce second chemin d'approfondissement du pythagorisme que nous allons suivre à présent<sup>1</sup>.

Une première chose à savoir est que la doctrine des pythagoriciens est rapportée par Aristote de plusieurs manières très différentes :

### **Lire textes (a) à (c)**

On voit bien que ce n'est pas la même chose de dire que les choses *imitent* (mimesis) les nombres, comme dans l'extrait (a), et de dire que les choses *sont* des nombres comme dans l'extrait (c).

Le premier cas semble n'accorder qu'un rapport de *ressemblance* entre les choses et les nombres, il y aurait certaines relations entre les choses qui seraient semblables aux relations qu'entretiennent des nombres. Cela suggère alors une interprétation modérée de l'arithmétisme, comme celle que nous avons donnée ci-dessus.

Par contre, les extraits (b) et (c) suggèrent une interprétation beaucoup plus forte. Il n'y aurait pas qu'un simple rapport de ressemblance entre les choses et les nombres, les choses ne seraient pas seulement *semblables* aux nombres, mais *identiques* aux nombres. Fondamentalement, quand on dévoile leur nature profonde, les choses *seraient* des nombres.

Est-ce que les deux interprétations sont aussi tranchées et contradictoires qu'il le semble à première vue ? L'historien Guthrie donne quelques éléments de réponse en montrant que le contexte culturel et linguistique des pythagoriciens, pouvait les amener à confondre les deux niveaux interprétatifs.

Le premier argument vient de l'interprétation de l'expression « les choses *imitent* les nombres » dans le premier extrait. C'est le seul extrait qui plaide en faveur de la lecture modérée de l'arithmétisme.

---

<sup>1</sup> Cette partie de cours s'appuie particulièrement sur Guthrie, *History of Greek Philosophy*, p. 229-240, auquel le lecteur peut se référer pour plus de détails.

Guthrie explique que le terme « mimesis », « imitation », vient d'un vocabulaire commun aux arts picturaux et dramatiques. La mimesis c'est aussi bien l'imitation en peinture, que l'imitation par le jeu d'acteur. Et le « mimetes », qu'on peut traduire par l'« imitateur », était un autre nom pour dire « acteur », le mot habituel étant de toute manière « mimos » qui a la même origine étymologique. Or, l'art dramatique possède, à l'époque, une dimension religieuse. Les acteurs étaient souvent amenés à jouer les rôles de Dieux ou de démons. Dans certaines pratiques initiatiques, comme dans le *Thiase*, le culte à mystères dédié à Dionysos, les adoratrices du Dieu -les Ménades-, imitaient la divinité à la façon des acteurs. Et, sans doute aidées par le vin, elles entraient progressivement en extase. C'est-à-dire qu'elles sortaient d'elles-mêmes. Les ménades ne jouaient alors plus à être le Dieu (ou une divinité apparentée). C'était plutôt le Dieu lui-même qui s'était emparé d'elles, qui entraient en possession de leur corps. Les personnes accomplissant les rites initiatiques étaient alors *enthousiastes*, au sens étymologique du terme, « possédées par le Dieu ».

Nous avons vu dans le cours à quel point la religiosité, en particulier les mystères, et l'idée d'une âme qui s'empare d'un corps était des éléments centraux du pythagorisme. C'est pourquoi, toujours selon Guthrie, il est très probable que les pythagoriciens associaient toutes ces idées au terme d'imitation (mimesis). De cette manière, dire que les choses existantes *imitent* (mimesis) les nombres, cela aurait un sens beaucoup plus fort que simplement l'idée d'une vague ressemblance. Les nombres viendraient s'incarner véritablement dans les choses du monde, comme le Dieu qui vient prendre possession du corps de l'acteur ou de son adorateur extatique. Ainsi, quand les cordes de la lyre tétracorde font sonner l'octave, la quinte et la quarte, cela voudrait dire que les rapports 1:2, 2:3 et 3:4 sont véritablement présents là avec nous, en venant s'incarner dans les cordes de la lyre, et les vibrations de l'air. Ainsi, pendant un morceau musical sur la lyre tétracorde, la suite de nombre 6 :8 :9 :12, c'est-à-dire la tetractys musicale, est vraiment présente là avec nous, incarnée dans le corps de l'instrument et dans les vibrations de l'air.

Le deuxième argument de Guthrie, pour excuser les pythagoriciens de ne pas bien faire la différence entre « imiter les nombres » et « être un nombre », est d'ordre lexical. En effet, si la distinction entre être « identique » et être

« semblable » a mis longtemps à être correctement formulée dans la philosophie grecque (elle le sera en particulier chez Platon et Aristote), c'est en partie à cause d'un manque dans la langue grecque. C'est en effet le même mot grec « omoios » (qui a donné « homogène », etc) qui signifie « semblable » et « identique ». D'où la difficulté d'exprimer simplement la différence entre la thèse philosophique « les choses sont semblables aux nombres » et la thèse : « les choses sont des nombres ».

Quoi qu'il en soit de ces difficultés linguistiques, il est intéressant de prendre au sérieux avec Aristote l'interprétation forte de l'arithmétisme, et de développer les problèmes philosophiques que cette thèse engendre.

Aristote, en tant que philosophe de la nature, s'irrite contre la thèse radicale du pythagorisme, selon laquelle les choses *seraient* des nombres, ou encore la thèse selon laquelle les nombres composeraient des choses existantes à la manière d'éléments, comme s'ils en étaient la matière. Si Aristote peut pointer précisément ce qui pose problème dans la doctrine pythagoricienne, c'est parce que son maître Platon et lui-même ont posé un certain nombre de distinctions sur lesquelles s'appuieront la critique.

### **(Lire textes d et e)**

Les distinctions introduites par Aristote (dont certaines proviennent en fait de Platon) qui vont lui permettre de critiquer la doctrine pythagoricienne sont :

- la distinction entre étendu et inétendu
- la distinction entre corporel et incorporel
- la distinction entre abstrait et concret

En effet, la confusion que l'on trouve dans les fragments rapportés des pythagoriciens tient à l'absence de distinction entre ce que nous appellerions aujourd'hui les « nombres concrets » et les « nombres abstraits ».

Un nombre concret, c'est un ensemble d'objets sensibles que l'on considère sous l'aspect de la quantité.

### Exemple : Trois pommes, trois arbres, trois voitures

A ces nombres concrets, on opposera le *nombre abstrait* « trois ». Ce dernier est une pure quantité, considérée isolément d'un exemple concret. Il est la quantité qui est commune entre les trois pommes, les trois arbres et les trois voitures.

Puisque considérer un nombre concret, revient à considérer un ensemble d'objets sensibles, on est naturellement amené à lui accorder une extension et une corporéité. Trois points dessinés sur un tableau forment déjà un nombre concret, et chacun des points concrets, tels que dessiné au tableau, possède une étendue et une couleur. « Trois pommes » c'est même quelque chose qui est corporel, et qui possède des propriétés corporelles comme : avoir un poids, etc.

Dans l'optique d'Aristote, on dirait cependant : oui, mais les nombres en eux-mêmes, ceux qui sont l'objet des mathématiques, ce ne sont pas les nombres concrets. Plus précisément, on peut se servir en mathématiques d'un nombre concret, par exemple trois cailloux ou trois points sur un tableau. Mais ce ne sera qu'un support visuel pour reposer sa pensée. A travers ces nombres concrets, ce que visera véritablement le mathématicien, ce sur quoi porte les mathématiques, et qui est le véritable nombre, c'est une entité abstraite qui est composée de points abstraits, inétendus et incorporels. Dit d'une autre manière, quand on attribue une étendue et une corporéité à « trois pommes », cette corporéité et cette étendue ne relève précisément pas de l'aspect numérique « trois » mais plutôt du type d'objet « pomme » que l'on a décidé de compter. La preuve de cela : nous pouvons aussi bien compter des objets concrets que des objets abstraits.

Maintenant, si le nombre abstrait n'est pas un corps, qu'est-ce que c'est ? Ici, les positions de Platon et d'Aristote (qui tous deux, à leurs manières, s'écartent du pythagorisme naïf) diffèrent. Pour bien comprendre les textes, nous sommes obligés d'anticiper un peu sur les cours à venir et de parler un peu à la fois de Platon et d'Aristote.

Pour Aristote, le nombre abstrait 3 n'existe pas séparément des choses sensibles. Ainsi, le nombre 3 n'existe pas indépendamment d'un nombre concret comme « trois pommes ». Le nombre 3 est une abstraction, pour Aristote, au sens précis

où c'est un être qui n'existe de manière isolée que dans notre esprit, pas dans la réalité. Dans la réalité, ce qui existe vraiment c'est « trois pommes » ou « trois cailloux », mais jamais « 3 » tout seul.

La distinction philosophique essentielle qui permet de penser cela, et dont ne disposait pas encore les pythagoriciens c'est la distinction entre, d'un côté, la *substance* (*ousia*) et, de l'autre côté, ses *attributs* (*symbebekos*). Pour Aristote, seules les substances (par exemple : un arbre, Socrate...) existent pleinement, comme des entités séparées, qui existent par elles-mêmes. Ensuite, les attributs comme « rouge, assis, debout, trois » n'existent pas séparément, mais uniquement en tant qu'ils sont inhérents à une substance. Le « debout » n'existe pas séparément, ce qui existe c'est, par exemple, Socrate, qui se trouve être debout. Le « vert » n'existe pas séparément, ce qui existe c'est, par exemple, tel arbre qui se trouve être vert. Enfin, et c'est ce qui nous intéresse ici, le nombre « 3 », pour Aristote, n'est pas quelque chose qui existe par lui-même. Ce qui existe vraiment, ce sont, par exemple, ces arbres-là dans mon jardin, qui se trouvent être trois.

Bien sûr, un mathématicien est intéressé par le nombre trois, pas par trois arbres, ou trois pommes. Pour cela, son esprit opère une *abstraction*. C'est-à-dire que son esprit ôte des trois arbres leur couleur, leur corporéité, même leur extension... pour ne se concentrer que sur leur pure quantité. L'abstraction est donc une opération de l'esprit par laquelle l'esprit élimine certains aspects qui constituent un objet concret, pour n'en conserver qu'un seul (sa couleur, sa quantité...) Mais cette opération de l'esprit, selon Aristote, ne suppose absolument pas que chaque aspect, notamment le nombre 3, existe véritablement, de manière séparée des choses sensibles dont l'esprit l'a extrait. Ce qui est premier ontologiquement, ce sont les substances, et les nombres et les autres attributs ne viennent qu'ensuite, pour caractériser ces substances.

Platon, comme Aristote, distingue bien les nombres des choses sensibles. Un nombre est bien pour lui quelque chose d'incorporel, et composé d'unités inétendues. Mais, contrairement à Aristote, Platon pense que le nombre a tout de même une existence en soi, séparée du monde sensible. Il n'est pas qu'une abstraction de l'esprit, mais il est une authentique substance, une *ousia*. C'est

simplement un type de substance différent des choses sensibles, c'est une substance intelligible qui est incorporelle et inétendue<sup>2</sup>.

	Que sont les nombres ?	Propriétés des nombres	Où sont les nombres ?
Pythagoriciens (tels que rapportés par Aristote)	Les nombres sont des substances.	Les nombres sont sensibles, étendus et corporels.	Les nombres sont des éléments qui composent les choses du monde sensible.
Platon	Les nombres sont des substances.	Les nombres sont intelligibles, inétendus et incorporels.	Les nombres existent dans un monde intelligible <sup>3</sup> , séparé des choses sensibles.
Aristote	Les nombres ne sont que des attributs des choses sensibles.	Les nombres sont intelligibles, inétendus et incorporels.	Les nombres sont dans les choses sensibles (comme des attributs), mais n'en sont pas des composants.

Revenons à Aristote. Pour lui, pour rendre compte des substances physiques, et donc établir une physique et une cosmologie, il s'agit de comprendre que les véritables composants du monde, les éléments, sont des substances ; et que ces

<sup>2</sup> Puisque le nombre est plus, pour Platon, qu'une simple abstraction de l'esprit, il faudrait, dans sa perspective, non pas opposer « nombre concret » et « nombre abstrait » (car le mot « abstrait » renvoie à une opération de l'esprit, l'abstraction), mais *nombre sensible* (trois arbres) et *nombre intelligible* (le « trois »).

<sup>3</sup> Dans ce cours, pour lequel la pensée de Platon est secondaire, nous avons simplifiée cette dernière. Dans la pensée de Platon, les entités mathématiques sont en fait des entités qui ont une réalité intermédiaire entre les idées intelligibles et les choses sensibles.

substances ont des attributs. Parmi ces attributs, on trouve l'attribut de la *quantité*, qui est selon la philosophie d'Aristote, la place consacrée aux nombres. Mais les substances physiques ont de nombreux autres attributs que la seule quantité. Ils ont en particulier ce qu'Aristote nommera les *qualités*, être blanc, être noir, être chaud, être froid, être léger, être lourd... Selon Aristote, les pythagoriciens, en faisant des nombres les éléments substantiels qui composent les choses sensibles du monde, n'ont laissé aucune place pour l'*aspect qualitatif* de la physique. Dans l'extrait e), il se moque des pythagoriciens qui essaient de reconstituer les choses sensibles du monde, à partir d'éléments, les nombres, qui par essence n'ont aucune propriété qualitative. Un nombre, rappelle Aristote, ce n'est ni lourd, ni léger, ni blanc, ni noir. Alors comment est-ce que les nombres pourraient être les briques qui composent le réel ? S'ils arrivent à fabriquer un monde à partir seulement de nombres, raille Aristote, ce ne sera certainement pas le monde réel que nous connaissons. Dans l'extrait g), Aristote affirme que les pythagoriciens, même s'ils sont de bons mathématiciens, sont de piètres physiciens. En effet, en focalisant toute leur attention sur les nombres et les mystères qu'ils y associaient, ils méprisaient trop l'expérience. Ainsi, ils essayaient à tout prix de faire rentrer le monde réel dans leurs schémas préétablis, plutôt que d'être attentifs aux phénomènes. Ainsi, ont-ils ajouté un dixième corps, l'Antiterre, simplement pour atteindre le nombre dix qui jouait un rôle important dans leur système mathématique.

Résumons toutes ces réflexions et concluons. On a vu que la doctrine des pythagoriciens s'exprimait de manière radicale. Ils ne disent pas que certains rapports numériques se retrouvent dans les propriétés physiques des choses, mais ils disent brutalement que les choses sensibles *sont* des nombres. Aristote, armé de nombreux outils philosophiques qui se sont élaborés entre temps, critique les pythagoriciens. Selon lui, ils confondent les substances et leurs attributs, le quantitatif et le qualitatif, le corporel et l'incorporel... En fait, les pythagoriciens n'avaient certainement pas ces notions, et donc ne pouvaient même pas se poser ces questions (à savoir : les nombres sont-ils corporels ou incorporels ?, sont-ils des substances ou des attributs ?, etc.) Selon Aristote, si les pythagoriciens avaient eu ces distinctions, alors ils se seraient rendu compte que leur thèse selon laquelle « les nombres sont principes de toute chose » est absurde, interprétée telle quelle. Le réel ne se réduit pas à l'aspect quantitatif des choses.



## Quelques pistes à suivre dans la suite du module LLC

Mais est-on obligé de suivre Aristote dans sa conclusion ?

Nous ne répondrons pas à cette dernière question, qui dépasse de beaucoup l'objectif du cours. Contentons-nous de signaler que la thèse pythagoricienne, dans sa version la plus radicale, a resurgi dans les siècles suivants, et continue toujours de resurgir sous des formes renouvelées.

Ainsi, séparons la thèse « les nombres sont les principes de toutes choses », en deux sous-thèses exprimées différemment :

- 1) Les mathématiques suffisent à rendre compte de la réalité physique.
- 2) Au sein des mathématiques, les nombres sont les principes ultimes qui permettent de tout reconstruire.

Concernant la sous-thèse 1), Aristote pense qu'elle est fautive car il y a une dimension de la réalité physique, à savoir les « qualités », qui sont irréductibles à un aspect purement quantitatif. Il est pourtant connu que la physique mathématique moderne, telle qu'elle naîtra à partir de Galilée et Descartes, va reposer sur l'idée que, derrière les qualités premières des corps comme « le blanc », le « chaud », etc. il y a en fait des propriétés plus fondamentales, qui s'expriment purement en termes arithmético-géométriques. Ce sera une problématique centrale des deux premières années du cours *Systèmes du Monde*, dont nous étudierons les motivations et les limites. Plus récemment, la sous-thèse 1) a resurgi sous la forme, par exemple, des *théories géométriques unitaires*, qui essaient de ramener tout le réel physique aux propriétés géométriques d'un champ dynamique, ou encore sous la forme de la *physique digitale* qui essaie de ramener tout le réel à un calcul effectué sur une information discrète (dans une optique très pythagoricienne donc).

Concernant la sous-thèse 2), nous verrons dans la suite du cours, à propos du problème du continu et de l'irrationalité de « racine de 2 », qu'elle avait été contestée dès l'époque des premiers pythagoriciens, y compris au sein de la secte elle-même. En particulier, on contestait le fait que les grandeurs continues pouvaient être reconstruites en termes de nombres entiers, ou de rapports de tels

nombres. Malgré cela, l'époque moderne s'est aussi ouverte, avec Descartes, sur un programme consistant à faire fusionner géométrie et théorie des nombres, et donc à permettre de ramener toutes les mathématiques, d'une certaine façon, à une construction numérique<sup>4</sup>.

La théorie des ensembles, à partir du XIXe siècle, va achever ce mouvement en finissant d'arithmétiser le continu. Tout cela sera étudié avec vous pendant les deux premières années du cours « Logique, Langage, Calcul ». Enfin, l'arithmétisation de l'ensemble des mathématiques continuera à jouer un rôle essentiel, au-delà de la naissance de la théorie des ensembles, en particulier dans le programme de formalisation des mathématiques et les fameux théorèmes de Gödel (qui seront vus, quant à eux, en dernière année du cours de LLC).

---

<sup>4</sup> Cette affirmation, telle quelle, est historiquement très contestable, si on se réfère à la motivation propre à Descartes. En généralisant l'usage des « systèmes de coordonnées » pour résoudre les problèmes de géométrie, Descartes n'avait pas l'intention de défendre un primat de l'arithmétique sur le géométrique. Il n'empêche que l'idée de coordonner l'espace, pour laquelle Descartes a joué un rôle majeur, va permettre dans les siècles qui suivent (déjà chez Pascal) de donner un statut fondamental, au sein des mathématiques, à la théorie des nombres (continus).